

AWGN 信道中非恒包络信号 SNR 估计算法

范海波, 陈 军, 曹志刚

(清华大学电子工程系, 北京 100084)

摘要: 本文提出一种利用信号自相关矩阵的奇异值分解(SVD)对加性高斯白噪声(AWGN)信道下非恒包络信号信噪比的盲估计算法,并作了详细理论分析.通过对该算法进行计算仿真,结果表明:该算法性能稳定,对 MPSK、MQAM 信号在实际信噪比为 1~20dB 时,估计误差小于 0.5dB.

关键词: 信噪比估计; 奇异值分解 (SVD); 非恒包络信号

中图分类号: TN911.23 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2002) 09-1369-03

An Algorithm of SNR Estimation for Non-Constant Envelope Signal in the AWGN Channel

FAN Hai-bo, CHEN Jun, CAO Zhi-gang

(Dept. of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, china)

Abstract: In this paper a new blind estimation algorithm is proposed which uses Singular value decomposition of signal self-correlation matrix to estimate Signal-Noise-Ratio (SNR) of non-constant envelope signal over AWGN channel. The theoretic analysis is also given. Computer simulation results show that the performance of this algorithm is robust and the estimation error is less than 0.5dB when the actual SNR ranges from 1 to 20dB for MPSK and MQAM signals.

Key words: signal-noise-ratio estimation; singular value decomposition (SVD); non-constant envelope signal

1 引言

通信信号的信噪比估计一直是无线通信领域一个重要的研究课题.在移动通信中,系统使用信噪比作为通信质量的衡量指标,实现功率控制、越区切换等功能.在自适应无线通信中,信噪比作为信道质量的主要参数,可用于控制通信频率或调制方式切换.信噪比估计在软件无线电的调制识别中更是十分关键的,因为接收信号信噪比与分类阈值关系密切,信噪比估计的准确与否直接影响系统的正确识别率.

对于给定调制方式信号的信噪比估计,可以分为恒包络和非恒包络两大类.

恒包络信号的信噪比估计算法较简单,可以将信号包络的变化归结为噪声的影响,把信号包络的方差作为噪声的功率,信号包络均值的平方作为信号功率,可以较为准确的估计出信号的信噪比.计算公式如下所示:

$$S/N = 10 \log \frac{[E[a(n)]]^2}{\text{Var}[a(n)]} \quad (1)$$

其中 $a(n)$ 为信号瞬时包络.

对非恒包络信号的信噪比估计已经有了一些方法, Andersin 和 Turkboylan 在 TDMA 系统的信干比估计中,利用训练序列来构造接收信号的相关矩阵,通过噪声子空间投影或信号子空间投影分离信号与干扰和噪声得到信干比的估

计^[1,2]. Pauluzzi 在文献中论述了几种常用的基于高斯信道的信噪比估计算法,并作了很好的总结比较^[3],其中最大似然估计方法利用训练序列或判决反馈序列来构造似然函数,另一种方法则是利用信号和噪声的 2,4 阶矩之间的关系来估计信噪比.但上述方法都需要对接收信号的各种参数有精确的了解,依赖较多的先验知识.在缺乏先验知识的情况下,往往会有较大的估计偏差,甚至算法不能正常实现.

本文提出的非恒包络信号的信噪比估计算法,不依赖信号的先验知识,对不同调制方式的信号,都有较高的估计精度,因而是一种可靠的盲信噪比估计算法.

2 自相关矩阵奇异值分解和信噪比估计

调制信号 $s(t)$ 通过一加性高斯白噪声信道,接收信号无失真采样后由下式表示:

$$y(n) = s(n) + w(n) \quad (2)$$

其中 $w(n)$ 是均值为 0, 方差为 σ_w^2 的高斯白噪声.信号和噪声分布独立.接收信号的自相关矩阵为:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_r &= E\{y(n)y(n)^H\} = E\{[s(n) + w(n)][s(n) + w(n)]^H\} \\ &= E\{s(n)s(n)^H\} + E\{w(n)w(n)^H\} = \mathbf{R}_{ss} + \mathbf{R}_{ww} \end{aligned} \quad (3)$$

式中 H 表示共轭转置,自相关矩阵阶数为 m .可见接收信号 $y(n)$ 的自相关矩阵等于信号 $s(n)$ 和噪声 $w(n)$ 自相关矩阵

收稿日期:2002-03-20;修回日期:2002-06-15

基金项目:卫星应用预先研究项目;清华大学 985 基金;中国博士后科学基金

之和。

由于上述三个矩阵 R_{yy} 、 R_{ss} 、 R_{ww} 均为对称阵,因此可以进行如下的奇异值分解(SVD):

$$R_{ss} = \mathbf{V} \mathbf{A}_s \mathbf{V}^H \quad (4)$$

式中 \mathbf{V} 是正交矩阵, $\mathbf{A}_s = \text{diag}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_p, 0, \dots, 0)_{m \times m}$, 其中 $\text{diag}(\cdot)$ 表示以 \cdot 为对角元素的矩阵, $\gamma_1 \geq \gamma_2 \geq \dots \geq \gamma_p$, p 小于矩阵阶数 m

$$R_{ww} = \mathbf{V} \mathbf{A}_w \mathbf{V}^H \quad (5)$$

这里, $\mathbf{A}_w = \text{diag}(\sigma_w^2, \sigma_w^2, \dots, \sigma_w^2)_{m \times m}$

$$\mathbf{R}_{yy} = \mathbf{R}_{ss} + \mathbf{R}_{ww} = \mathbf{V}(\mathbf{A}_s + \mathbf{A}_w) \mathbf{V}^H = \mathbf{V} \mathbf{A}_y \mathbf{V}^H \quad (6)$$

这里,

$$\mathbf{A}_y = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)_{m \times m}$$

$$= \begin{pmatrix} \gamma_1 + \sigma_w^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \\ & & \gamma_p + \sigma_w^2 & \ddots \\ \vdots & \ddots & & \sigma_w^2 \\ & & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & & 0 & \sigma_w^2 \end{pmatrix}_{m \times m} \quad (7)$$

我们将以上 m 个奇异值张成的空间称为含噪信号空间, 其中前 p 个奇异值张成的空间称为信号子空间, 后 $m-p$ 个奇异值张成的空间称为噪声子空间. 可以证明: 信号 $s(n)$ 功率 P_s 可表示为各奇异值之和, 噪声 $w(n)$ 功率 P_w 为 m 倍 σ_w^2 [4]. 因而接收信号信噪比可由下式计算得到:

$$SNR = 10 \log(p_s/p_w) = 10 \log \frac{\sum_{k=1}^p (\lambda_k - \sigma_w^2)}{m \times \sigma_w^2} \quad (8)$$

下面我们给出算法的实现过程:

(1) 由接收信号 $y(n)$ 估计相关函数序列 $\{\hat{r}_0, \hat{r}_1, \dots, \hat{r}_{m-1}\}$, 估计公式表示如下:

$$\hat{r}_k = E[y(n)y(n+k)] = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1-k} y(i)y(i+k), \quad k=0, 1, 2, \dots, m-1 \quad (9)$$

式中 N 为接收序列长度.

m 影响自相关矩阵及其奇异值表述信号的分辨率, 选择合适的 m 值是很重要的. m 选择过小, 构造的自相关矩阵失真大, 影响信噪比估计; m 选择过大, 又增加不必要的计算量. 根据我们仿真实验, m 值一般可取 50~100.

(2) 由 $\{\hat{r}_0, \hat{r}_1, \dots, \hat{r}_{m-1}\}$ 构造自相关矩阵 \hat{R}_{yy} , 如式(10)所示:

$$\hat{R}_{yy} = \begin{bmatrix} \hat{r}_0 & \hat{r}_1 & \dots & \hat{r}_{m-1} \\ \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 & \dots & \hat{r}_{m-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{r}_{m-1}^* & \hat{r}_{m-2}^* & \dots & \hat{r}_0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中 $*$ 为共轭表示. 由于 $y(n)$ 为实序列, $\hat{r}_k = \hat{r}_k^*$, 因此式(10)可以简化为:

$$\hat{R}_{yy} = \begin{bmatrix} \hat{r}_0 & \hat{r}_1 & \dots & \hat{r}_{m-1} \\ \hat{r}_1 & \hat{r}_0 & \dots & \hat{r}_{m-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{r}_{m-1} & \hat{r}_{m-2} & \dots & \hat{r}_0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

(3) 计算 \hat{R}_{yy} 的奇异值分解, 得奇异值序列

$$\{\hat{\lambda}_1 \geq \hat{\lambda}_2 \geq \dots \geq \hat{\lambda}_m\}$$

(4) 确定信号子空间维数 \hat{p} 和含噪信号空间维数 \hat{m} .

在实际应用中, 接收信号数字化前都要经过限带滤波和过采样, 高斯白噪声一般都是比信号带宽稍宽的窄带高斯白噪声, 因此含噪信号空间维数 $\hat{m} < m$ (这里 m 为自相关矩阵阶数). 噪声各次谐波的平均功率可由下式计算:

$$\hat{\sigma}_w^2 = \frac{1}{\hat{m} - \hat{p}} \sum_{i=\hat{p}+1}^{\hat{m}} \hat{\lambda}_i \quad (12)$$

由式(8)和式(12)可见, \hat{p} 和 \hat{m} 直接影响信噪比的计算结果, 因此对 \hat{p} 和 \hat{m} 的确定是信噪比估计的关键. 我们对奇异值序列进行差分得到梯度序列, 观察可见, 在 \hat{p} 和 \hat{m} 的相应位置都有明显的折点, 通过对折点位置的估计, 可以确定 \hat{p} 和 \hat{m} .

(5) 调制信号信噪比由下式计算得到:

$$\hat{SNR} = 10 \log \frac{\sum_{i=1}^{\hat{p}} \hat{\lambda}_i - \hat{p} \times \hat{\sigma}_w^2}{\hat{m} \times \hat{\sigma}_w^2} \quad (13)$$

3 计算仿真

为了测试上述算法的性能, 我们以实际通信系统中最常用的 MPSK 和 MQAM 信号为例, 进行了计算机仿真. 其中接收信号序列由软件生成. 为了提高所仿真的带限数字已调信号的逼真度, 使用随机序列作为调制信号, 并对已调信号进行限带滤波. 调制信号符号速率、载波频率、取样频率进行了归一化, 分别选定为 1、2、8. 对加性高斯白噪声的仿真, 我们利用均值为 0 正态分布的随机数发生器产生高斯噪声序列, 并且用滤波器进行限带滤波, 带宽为调制信号带宽的 1.5 倍. 带限高斯噪声序列的幅度比例系数 R_{sn} 由下式确定,

$$R_{sn} = \sqrt{\frac{S_p}{W_p} [10^{-\frac{SNR}{20}}]} \quad (14)$$

式中 SNR 的单位为 dB, 其中 $W_p = \sum_{i=1}^N w^2(i)$, $S_p = \sum_{i=1}^N s^2(i)$.

我们主要从信号序列长度、调制方式和滚降系数对估计算法的影响三方面进行了仿真研究, 下面给出仿真试验结果.

3.1 信号观察长度 N 取值不同对信噪比估计的影响

以滚降系数 $\alpha = 0.5$ 的 QPSK 为例, 仿真计算 200 次, N 分别取值 2000, 5000, 10000, 20000, 得到 -10~25dB 范围的信噪比估值的均值和标准差, 如图 1 所示. 由图可见, 一方面, 随 N 的增大, 估计值标准差减小. 这是因为 N 越大, 信号自相关矩阵的估计越接近于真值, 估计值的方差相对越小. 因此, 在实际应用中需要根据要求的估计误差选择合适的观察长度 N . 另一方面, 在 N 给定的情况下, 估计方差可分为三种情况: ① 低信噪比情况下, 自相关矩阵 R 的估计方差大, 并且对信号子空间维数估计的准确性下降, 导致信噪比估计偏差和方差都较大. ② 在高信噪比下, 自相关矩阵 R 的估计方差小, 但此时式(13)分母均值接近 0, 噪声功率估计近似服从瑞利分布, 方差较大, 导致信噪比估计方差较大. ③ 在中等信噪比时, 自

相关矩阵 R 的估计方差较小,同时噪声功率的估计方差也较小,从而在中等信噪比下信噪比估计方差可以达到最小.在实

际应用中,通信信号信噪比一般在 $5 \sim 20\text{dB}$ 范围内,这时我们的算法可以达到最好的估计性能.

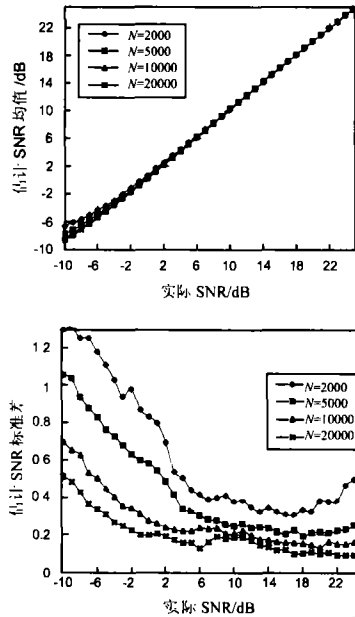


图 1 QPSK 信号观察长度不同时 SNR 估值的均值和标准差

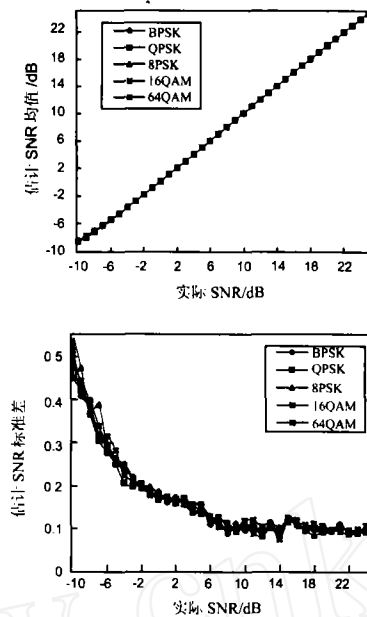


图 2 不同调制方式时 SNR 估值的均值和标准差

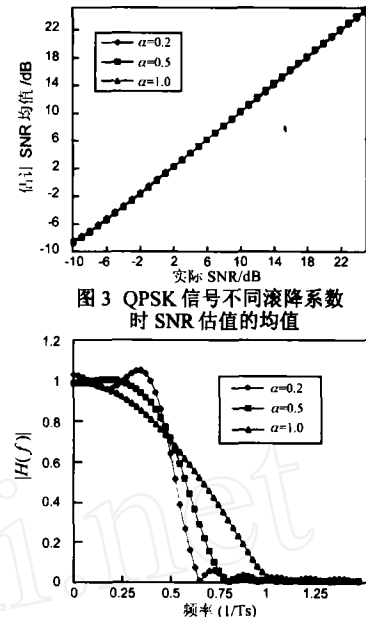


图 3 QPSK 信号不同滚降系数时 SNR 估值的均值

图 4 实际升余弦脉冲成形滤波器幅值传递函数

3.2 信噪比估计算法对不同调制方式的普适性

以滚降系数 $\alpha = 0.5$ 的 BPSK、QPSK、8PSK、16QAM、64QAM 信号为例, N 取值 20000, 仿真计算 200 次, 得到 $-10 \sim 25\text{dB}$ 范围的信噪比估值的均值和标准差, 如图 2 所示. 仿真结果显示, 五种调制方式的估计值几乎重合, 这就说明: 该算法对信号调制方式是不敏感的, 因而对以上调制方式普遍适用.

3.3 调制器脉冲成形滤波器滚降系数 α 对算法的影响

以 QPSK 为例, 滚降系数为 0.2, 0.5, 1.0, N 取值 20000, 仿真计算 200 次, 得到 $-10 \sim 25\text{dB}$ 范围的信噪比估值的均值, 如图 3 所示. 仿真结果显示, 在滚降系数变化时, 估计值基本重合. 但同时发现, 滚降系数 α 较大时比 α 较小时有更好的估计精度, 特别在信噪比较大时更加明显. 究其原因, 这是由于实际信号源的脉冲成形滤波器是有限阶的, 并非理论上的理想滤波器, 因而阻带上有旁瓣. 我们仿真信号源使用的升余弦脉冲成形滤波器是 61 阶的 FIR 滤波器, 幅值传递函数如图 4 所示. 当滚降系数小时, 旁瓣较大, 信号功率在带外有较大的泄漏, 影响噪声功率估计, 使之偏大, 从而影响了信噪比的估计. 在实际信噪比较小时, 由于噪声本身较大, 影响相对较小; 而实际信噪比较大时, 噪声很小, 影响相对加大. 仿真结果表明, 在上述各情况下, 对 $1 \sim 20\text{dB}$ 信号的信噪比估计的最大误差均不超过 0.5dB , 因而不影响算法的实际应用.

4 结论

本文详细推导了利用自相关矩阵奇异值分解(SVD)对高斯白噪声中的非恒包络信号的信噪比估计算法, 并且对算法性能进行了计算机仿真. 研究表明: 该算法在信号观察长度较大时, 对不同的调制方式和滚降系数都具有较好的数值稳定

性和估值准确度, 特别适用于调制识别等调制类型未知的场合, 是一种有效的实际算法.

参考文献:

- [1] Andersin, M Mandayam, N B, Yates, R D. Subspace based estimation of the signal to interference ratio for TDMA cellular systems [A]. IEEE Vehicular Technology Conference [C]. Atlanta, GA: IEEE, 1996. 1155 - 1159.
- [2] Turkkoylari, M Stuber, G L. An Efficient Algorithm for Estimating the Signal-to-Interference Ratio in TDMA Cellular Systems [J]. IEEE Transactions on Communication, 1998, 46(6): 728 - 731.
- [3] Pauluzzi, D R Beaulieu, N C. A comparison of SNR estimation techniques for the AWGN channel [J]. IEEE Transactions on Communications, 2000, 48(10): 1681 - 1691.
- [4] 张贤达. 现代信号处理 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1995.

作者简介:



范海波 男, 1972 年出生于山东省昌邑市, 1993 年毕业于解放军信息工程大学信息科学系, 同年, 进入总参某部工作, 1999 年考入清华大学电子工程系攻读工程硕士研究生, 主要研究方向: 通信信号调制识别的研究. e-mail: fanhb@sat.mdc.tsinghua.edu.cn

陈 军 男, 1971 年出生于江苏省南通市, 现为清华大学电子工程系博士后, 研究兴趣包括: 编码与调制、数字通信系统等.